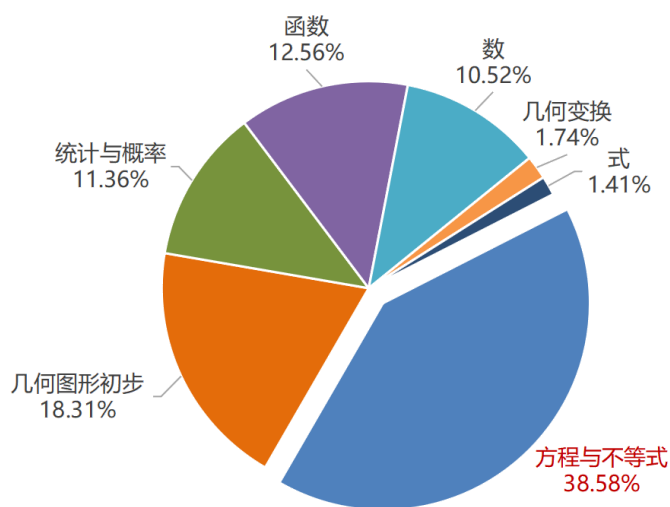
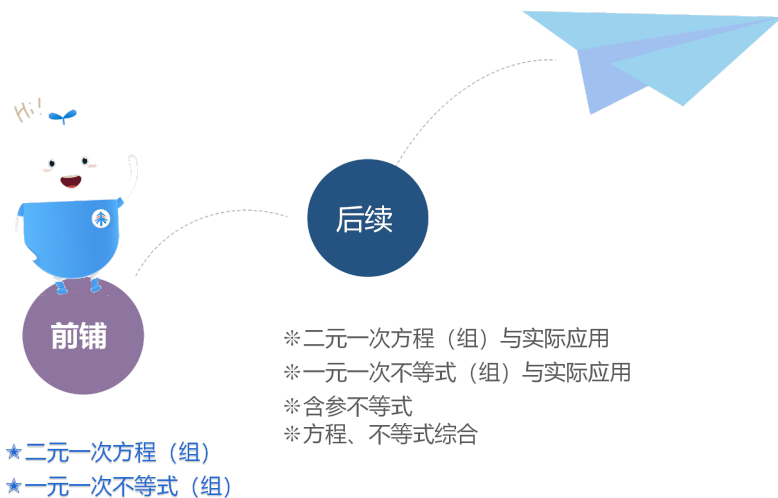


第1讲 二元一次方程（组）

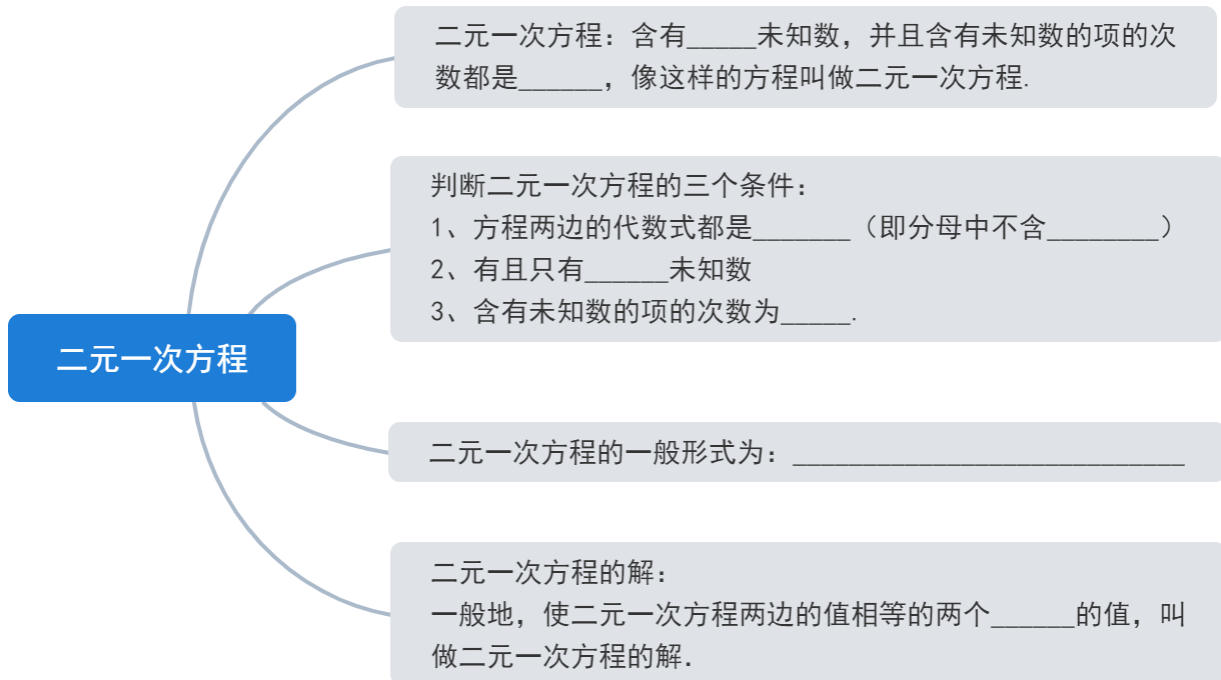
二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）属于人教版第八章、第九章的内容，这部分的易错点为解方程，学生易在计算上出错，难点为二元一次方程组及不等式组的实际应用与含参方程、不等式；这部分内容是期末考试的高频考点，其中解方程、不等式以及实际应用属于必考内容，故这部分我们分为《二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）》、《二元一次方程（组）》、《一元一次不等式（组）》、《含参不等式》、《方程、不等式综合》四个模块。本模块为《二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）》，旨在帮助学生认识二元一次方程（组）、一元一次不等式（组），掌握二元一次方程组、一元一次不等式组的解法，为后续模块奠定基础。

本模块较为基础，适用于二元一次方程（组）与一元一次不等式组的基础认识与短期突破，本模块分为二元一次方程（组）、一元一次不等式（组）2讲内容，帮助学生了解二元一次方程（组）、一元一次不等式（组）的常见题型，梳理这部分的解题思路。





一、二元一次方程



【教法备注】

1、二元一次方程定义：含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是1，像这样的方程叫做二元一次方程。

例如 $y = x$, $x + y = 1$ 等都是二元一次方程.

2、二元一次方程的一般形式为： $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$).

3、判断二元一次方程的三个条件：

①方程两边的代数式都是整式——整式方程（即分母中不含未知数）；

②有且只有两个未知数——“二元”；

③含有未知数的项的次数为1——“一次”.

二元一次方程判断时，“含有未知数的项的次数为1”切不可理解成两个未知数的次数都为1

例如方程 $2xy + 2 = 0$ 中含有两个未知数，且未知数的次数都是1，但是含未知数项“ $2xy$ ”的次数是2，所以它不是二元一次方程.

4、二元一次方程的解：一般地，使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值，叫做二元一次方程的解.

例如 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$ 都是二元一次方程 $2x + y = 10$ 的解.

在二元一次方程中，给定其中一个未知数的值，就可以求出另一个未知数的值。一般情况下，二元一次方程有无数个解，但并不是说任何一对数值就是它的解. 求二元一次方程的整数解要注意两点：一要正确，“正确”的标准是两个未知数的值都必须符合题意，且适合此方程；二要不重不漏，可根据题意把其中一个未知数按一定顺序验证求解.

5、求二元一次方程的整数解的方法：

① 首先用一个未知数表示另一个未知数，如 $y = 10 - 2x$ ；

② 给定 x 一个值，求出 y 的一个对应值，就可以得到二元一次方程的一组解；

③ 根据题意对未知数 x 、 y 进行限制，确定 x 的可能取值，进而确定二元一次方程所有的整数解.

|| 例题

1. 下列方程中，其中二元一次方程的个数是（ ）.

① $4x^2 + 5 = 1$ ；② $3x + y = 1$ ；③ $\frac{1}{x} - y = 1$ ；④ $xy = 3$ ；⑤ $y = \frac{1}{3}(x - 2)$ ；⑥ $2x - y = z$

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】B

【解析】根据二元一次方程的定义，从二元一次方程的未知数的个数和次数方面辨别.

【标注】【知识点】二元一次方程的定义

2. 若 $x^{2m-1} + 3y^{4-2n} = -7$ 是关于 x 、 y 的二元一次方程，则 m 、 n 的值分别是（ ）.

A. $m = 1, n = \frac{3}{2}$

B. $m = 1, n = -\frac{3}{2}$

C. $m = 1, n = \frac{5}{2}$

D. $m = 2, n = 1$

【答案】A

【解析】根据题意，得，

$$2m - 1 = 1, \text{ 解得 } m = 1,$$

$$4 - 2n = 1, \text{ 解得 } n = \frac{3}{2},$$

$$\text{即 } \begin{cases} m = 1 \\ n = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

【标注】【知识点】由二元一次方程定义求参数的值

【重点强调】

2016~2017学年天津和平区初一下学期期末第5题2分

练习

3. 有下列方程：① $xy = 2$ ；② $3x = 4y$ ；③ $x + \frac{1}{y} = 2$ ；④ $y^2 = 4x$ ；⑤ $\frac{x}{2} = 3y - 1$ ；⑥

$x + y - z = 1$ ．其中二元一次方程有（ ）．

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】B

【解析】①为二元二次方程；③为分式方程；④为二元二次方程；⑥为三元一次方程；②⑤为二元一次方程；故B正确．

故选B．

【标注】【知识点】二元一次方程的定义

【重点强调】

2019~2020学年12月天津南开区天津市南开翔宇学校初一上学期月考第2题3分

4. 方程 $\blacksquare x - 2y = 5 - 2x$ 是二元一次方程， $\blacksquare$ 覆盖处是被污染的 x 的系数，则被污染的 x 的系数的值不可能是（ ）．

A. -1

B. -2

C. 1

D. 2

【答案】B

【解析】 $\because$ 方程 $\blacksquare x - 2y = 5 - 2x$ 是二元一次方程，

$\blacksquare$ 覆盖处是被污染的 x 的系数不可能和方程右边 x 的系数 -2 相同．

【标注】【知识点】由二元一次方程定义求参数的值

【重点强调】

2016~2017学年天津河北区初一下学期期末第2题3分

|| 例题

5. 若 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 是方程 $3x + y = 1$ 的解, 则 $9a + 3b + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】4

【解析】把 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 代入方程得: $3a + b = 1$,

则原式 $= 3 + 1 = 4$.

故答案为: 4 .

【标注】【知识点】由二元一次方程的解求参数的值

【重点强调】

2018~2019学年5月天津南开区天津市南开中学、兴南学校初一下学期月考第15题3分

6. 方程 $x + y = 5$ 的非负的整数解是 () .

A. 4个

B. 5个

C. 6个

D. 7个

【答案】C

【解析】由已知, 得 $y = 5 - x$,

要使 x, y 都是非负的整数解,

合适的 x 值只能是: $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$,

相应的 y 值为: $y = 5, 4, 3, 2, 1, 0$;

所以其解有 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}, \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}, \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$.

故选C .

【标注】【知识点】二元一次方程的整数解

【重点强调】

2018~2019学年5月天津蓟县初一下学期月考(第四联合学区)第5题3分

练习

7. 写出一个以 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 为解的二元一次方程组 _____ .

【答案】 $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ (答案不唯一)

【解析】 以 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 为解的二元一次方程组，构造即可 .

【标注】 【知识点】 按要求写出二元一次方程

【重点强调】

2016~2017学年天津河东区初一下学期期末第15题3分

8. 方程 $2x + y = 9$ 的正整数解有 () 组 .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 D

【解析】 方程 $2x + y = 9$,

解得 : $y = -2x + 9$,

当 $x = 1$ 时 , $y = 7$; 当 $x = 2$ 时 , $y = 5$;

当 $x = 3$ 时 , $y = 3$; 当 $x = 4$ 时 , $y = 1$.

则方程的正整数解有4组 .

故选D .

【标注】 【知识点】 二元一次方程的整数解

【重点强调】

2019~2020学年4月天津河北区天士力中学初一下学期月考第20题

二、二元一次方程组

二元一次方程组

二元一次方程组：方程组中有_____未知数，含有每个未知数的项的次数都是_____，并且一共有_____方程，像这样的方程组叫做二元一次方程组。

二元一次方程组的一般形式是：_____。

判断二元一次方程组的条件：①方程组中共含有_____未知数；②每个方程都是_____方程。

二元一次方程组的解：一般地，二元一次方程组的两个方程的_____，叫做二元一次方程组的解。

【教法备注】

1、二元一次方程组：方程组中有两个未知数，含有每个未知数的项的次数都是1，并且一共有两个方程，像这样的方程组叫做二元一次方程组。

例如 $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$ 都是二元一次方程组。

2、二元一次方程组的一般形式是： $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ ，其中 a_1, a_2 不同时为0， b_1, b_2 不同时为0。

3、判定一个方程组是二元一次方程组的必须满足的条件：

①方程组中共含有两个未知数；

②每个方程都是一次方程。

4、二元一次方程组的解：一般地，二元一次方程组的两个方程的公共解，叫做二元一次方程组的解。

二元一次方程组的解必须满足方程组中的每一个方程，同时它也必须是一个数对，而不能是一个数，用大括号将它们联立起来。

|| 例题

9. 下列方程组中，属于二元一次方程组的是（ ）。

A. $\begin{cases} x + 5y = 2 \\ xy = 7 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = 1 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3x = 5y \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{4}{3} \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 2z = 8 \\ x + 3y = 12 \end{cases}$

【答案】C

【解析】其中A是二次方程，B是分式方程，D含有三个未知数。

【标注】【知识点】二元一次方程的定义

10. 若 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 是二元一次方程组的解，则这个方程组是（ ）。

A. $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x - 3 \\ y - 2x = 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2y \\ x = 3y + 1 \end{cases}$

【答案】B

【解析】A、把 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ 不成立，故错误；

B、把 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$ 成立，正确；

C、把 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} y = x - 3 \\ y - 2x = 5 \end{cases}$ 不成立，故错误；

D、把 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} x = 2y \\ x = 3y + 1 \end{cases}$ 不成立，故错误；

故选B.

【标注】【知识点】二元一次方程组的解

【重点强调】

2018~2019学年5月天津和平区天津市第十九中学初一下学期月考第9题2分

练习

11. 下列不属于二元一次方程组的是 ().

A. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} xy = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

【答案】D

【解析】D选项中的 xy 的次数是2，所以，不是二元一次方程组.

【标注】【知识点】二元一次方程的定义

【重点强调】

2016~2017学年天津河北区初一下学期期末第1题3分

12. 下列各组数中，是方程组 $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 4 \end{cases}$ 的解是 ().

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases}$

【答案】B

【解析】 $\begin{cases} x + y = 8 \text{ ①} \\ x - y = 4 \text{ ②} \end{cases}$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{得} : 2x = 12 ,$$

$$x = 6 ,$$

把 $x = 6$ 代入 $\textcircled{1}$,

$$y = 8 - 6 = 2 ,$$

$$\text{故该方程组得解为} : \begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases} ,$$

故选B .

【标注】【知识点】加减消元法解二元一次方程组

【重点强调】

2019~2020学年天津和平区初一下学期期中第8题2分

三、解二元一次方程组

认识消元思想

二元一次方程组中有两个未知数，如果消去其中一个未知数，那么就把二元一次方程组转化为一元一次方程．即可先求出一个未知数，然后再求另一个未知数，这种将未知数的个数由多化少、逐一解决的思想，叫做消元思想．

1. 代入消元法

典例

用代入消元法解方程组：

$$\begin{cases} 3x + 2y = -18 \\ x - 2y = 2 \end{cases} .$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = -18 \textcircled{1} \\ x - 2y = 2 \textcircled{2} \end{cases} .$$

解：由 $\textcircled{2}$ 得：_____ $\textcircled{3}$,

将__代入__中，得_____ ,

解这个方程，得_____ ,

将_____代入__中，得_____ ,

$\therefore$ 这个方程组的解是

【教法备注】

用代入消元法解方程组：

$$\begin{cases} 3x + 2y = -18 \\ x - 2y = 2 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = -18 \text{ ①} \\ x - 2y = 2 \text{ ②} \end{cases}.$$

解：由②得： $x = 2y + 2$ ③，

将③代入①中，得 $6y + 6 + 2y = -18$ ，

解这个方程，得 $y = -3$ ，

将 $y = -3$ 代入③中，得 $x = -4$ ，

$$\therefore \text{这个方程组的解是} \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}.$$

|| 例题

13. 解方程组 $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases}.$

【答案】 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}.$

【解析】 $\begin{cases} 2x + y = 5 \text{ ①} \\ x - 3y = 6 \text{ ②} \end{cases},$

由①得 $y = -2x + 5$ ③，

把③代入②中得 $x - 3(-2x + 5) = 6$ ④，

把④去括号得 $7x - 15 = 6$ ，移项得 $7x = 21$ ，

系数化一得 $x = 3$ ，

把 $x = 3$ 代入到③中， $y = -2 \times 3 + 5 = -1$ ，

$\therefore$ 方程组的解是 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}.$

【标注】【知识点】代入消元法解二元一次方程组

【重点强调】

2016~2017学年天津河北区初一下学期期末第17题8分

14. 解方程组： $\begin{cases} 4(x - y - 1) = 3(1 - y) - 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \end{cases}.$

【答案】 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$

【解析】方法一：

$$\begin{cases} 4(x-y-1) = 3(1-y) - 2 \text{ ①} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \text{ ②} \end{cases},$$

①式化简，得： $y = 4x - 5$ ③，

②式化简，得： $3x + 2y = 12$ ④，

将③代入④，得： $3x + 2(4x - 5) = 12$ ，

解得： $x = 2$ 。

再 $x = 2$ 将代入③，得： $y = 3$ 。

故原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ 。

方法二：原方程组可化为：

$$\begin{cases} 4x - y = 5 \text{ ①} \\ 3x + 2y = 12 \text{ ②} \end{cases},$$

① $\times 2$ +②，得 $11x = 22$ ，

$\therefore x = 2$ ，

把 $x = 2$ 代入①，得 $y = 3$ ，

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ 。

【标注】【知识点】代入消元法解二元一次方程组

练习

15. 解二元一次方程组： $\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ 。

【答案】 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ 。

【解析】 $\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ ，

由②得： $y = 2x - 1$ ③

把③代入①得： $3x + 4x - 2 = 19$ ，

解得： $x = 3$ ，

把 $x = 3$ 代入③得： $y = 2 \times 3 - 1$ ，

即 $y = 5$ ，

故此方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ 。

【标注】【知识点】代入消元法解二元一次方程组

【重点强调】

2014年天津河北区初三一模第19题7分

16. 解方程组
$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = -1 \\ y - (x - 4y) = -19 \end{cases}.$$

【答案】 $x = 4, y = -3$.

【解析】
$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = -1 \text{ ①} \\ y - (x - 4y) = -19 \text{ ②} \end{cases}$$

由 $y - (x - 4y) = -19$ 可得 $x = 5y + 19$ ③,

将③代入①, 可得 $\frac{1}{4}(5y + 19) + \frac{2y}{3} = -1$, 解得 $y = -3$,

则 $x = 4$.

【标注】【知识点】代入消元法解二元一次方程组

2. 加减消元法

 典例

用加减消元法解方程组:

解方程组
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 7x - 4y = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \text{ ①} \\ 7x - 4y = -15 \text{ ②} \end{cases}$$

解: 由① $\times$ _____, 得 _____ ③,

_____ + _____, 得 _____,

解得: _____,

把 _____ 代入 _____, 得 _____,

$\therefore$ 这个方程组的解是

【教法备注】

用加减消元法解方程组：
解方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 7x - 4y = -15 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \text{ ①} \\ 7x - 4y = -15 \text{ ②} \end{cases}$$

解：由① $\times 2$ ，得 $6x + 4y = 2$ ③，

②+③，得 $13x = -13$ ，

解得： $x = -1$ ，

把 $x = -1$ 代入①，得 $y = 2$ ，

$\therefore$ 这个方程组的解是 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ 。

例题

17. 解方程组： $\begin{cases} 3(x-1) = y+5 \\ 5(y-1) = 3(x+5) \end{cases}$ 。

【答案】 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$ 。

【解析】 原方程组可化为 $\begin{cases} 3x - y = 8 \text{ ①} \\ 3x - 5y = -20 \text{ ②} \end{cases}$ ，

①-②得， $4y = 28$ ，

即 $y = 7$ ，

把 $y = 7$ 代入 $3(x-1) = y+5$ 得：

$3x - 7 = 8$ ，即 $x = 5$ 。

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$ 。

【标注】【知识点】加减消元法解二元一次方程组

【重点强调】

2017~2018学年天津南开区初一上学期期末第20.2题4分

18. 解方程组：

$$\begin{cases} x + 4y = 14 \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{11}{4} \end{cases}$ 。

【解析】

方程组整理得： $\begin{cases} x + 4y = 14 \text{①} \\ 3x - 4y = -2 \text{②} \end{cases}$

①+②得： $4x = 12$,

解得： $x = 3$,

把 $x = 3$ 代入①得： $y = \frac{11}{4}$,

则方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{11}{4} \end{cases}$.

【标注】【知识点】加减消元法解二元一次方程组

练习

19. 解下列方程组： $\begin{cases} 3x + 4y = 16 \\ 5x - 6y = 33 \end{cases}$

【答案】 $\begin{cases} x = 6 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$

【解析】解方程组 $\begin{cases} 3x + 4y = 16 \text{①} \\ 5x - 6y = 33 \text{②} \end{cases}$

① $\times 3 +$ ② $\times 2$, 得： $19x = 114$,

解得： $x = 6$,

将 $x = 6$ 代入①, 得： $18 + 4y = 16$,

解得： $y = -\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 方程组的解为： $\begin{cases} x = 6 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

【标注】【知识点】加减消元法解二元一次方程组

【重点强调】

2015~2016学年天津河东区初一下学期期末第19.1题4分

20. 解方程组：

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} \frac{m+n}{3} - \frac{n-m}{4} = 2 \\ 4m + \frac{n}{3} = 14 \end{cases} \\ (2) & \begin{cases} 1 - 0.3(y-2) = \frac{x+1}{5} \\ \frac{y-1}{4} = \frac{4x+9}{20} - 1 \end{cases} \end{aligned}$$

【答案】 (1)

$$(2) \begin{cases} m = \frac{18}{5} \\ n = -\frac{6}{5} \\ x = 4 \\ y = 2 \end{cases}.$$

【解析】(1)
$$\begin{cases} \frac{m+n}{3} - \frac{n-m}{4} = 2 \text{①} \\ 4m + \frac{n}{3} = 14 \text{②} \end{cases},$$

化简得:
$$\begin{cases} 7m + n = 24 \text{③} \\ 12m + n = 42 \text{④} \end{cases},$$

由④-③得 $5m = 18, m = \frac{18}{5},$

把 $m = \frac{18}{5}$ 代入③中得 $\frac{126}{5} + n = 24, n = -\frac{6}{5},$

$\therefore$ 原方程组的解为
$$\begin{cases} m = \frac{18}{5} \\ n = -\frac{6}{5} \end{cases}.$$

(2) 化简得:
$$\begin{cases} x + 1.5y = 7 \text{①} \\ 4x - 5y = 6 \text{②} \end{cases},$$

由① $\times 4$ 得: $4x + 6y = 28 \text{③},$

由③-②得: $11y = 22, y = 2,$

把 $y = 2$ 代入②中得: $4x - 10 = 6, x = 4,$

$\therefore$ 原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】加减消元法解二元一次方程组

3. 系数轮换 (反复加减) 法

二元一次方程组中 x 和 y 的系数成对称关系时 (如 $\begin{cases} 2x + 3y = m \\ 3x + 2y = n \end{cases}$), 可将两式相加和相减, 得到两个关于 $x + y$ 和 $x - y$ 的二元一次方程, 构成新的二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = c_1 \\ x - y = c_2 \end{cases}$, 解新的方程组即可.

 典例

用系数轮换法解方程组：

$$\begin{cases} 2015x + 2017y = 6047 \\ 2017x + 2015y = 6049 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2015x + 2017y = 6047 \text{ ①} \\ 2017x + 2015y = 6049 \text{ ②} \end{cases}$$

解：__+__得_____，

化简得_____。

__-__得_____，

化简得_____。

解方程组_____，

得_____。

【教法备注】

用系数轮换法解方程组：

$$\begin{cases} 2015x + 2017y = 6047 \\ 2017x + 2015y = 6049 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2015x + 2017y = 6047 \text{ ①} \\ 2017x + 2015y = 6049 \text{ ②} \end{cases}$$

解：①+②得 $4032x + 4032y = 12096$ ，

化简得 $x + y = 3$ 。

②-①得 $2x - 2y = 2$ ，

化简得 $x - y = 1$ 。

解方程组 $\begin{cases} x + y = 3 \text{ ①} \\ x - y = 1 \text{ ②} \end{cases}$ ，得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 。

|| 例题

21. 解方程组：
$$\begin{cases} 21x + 23y = 243 \text{ ①} \\ 23x + 21y = 241 \text{ ②} \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$$

【解析】①+②，得 $44x + 44y = 484$ ，

即 $x + y = 11$ 。

②-①，得 $2x - 2y = -2$ ，

即 $x - y = -1$ 。

$$\therefore \begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$\text{得} \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$$

【标注】【知识点】巧解对称式的二元一次方程组

22. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 2005x - 2006y = 2004 \\ 2004x - 2005y = 2003 \end{cases}.$$

【答案】 $(1) \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$

【解析】 $(1) \begin{cases} 2005x - 2006y = 2004 \textcircled{1} \\ 2004x - 2005y = 2003 \textcircled{2} \end{cases}.$

由①-②得 $x - y = 1$,

$\therefore$ ①中 $2005(x - y) - y = 2004$, 即 $2005 - y = 2004$,

$\therefore y = 1$.

将 $y = 1$ 代入 $x - 1$ 中得 $x = 2$,

$$\therefore \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】巧解对称式的二元一次方程组

练习

23. 解下列方程组： $\begin{cases} 23x + 17y = 63 \\ 17x + 23y = 57 \end{cases}.$

【答案】 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$

【解析】 $\begin{cases} 23x + 17y = 63 \textcircled{1} \\ 17x + 23y = 57 \textcircled{2} \end{cases}.$

①+②得, $40(x + y) = 120$, 即 $x + y = 3$ ③,

①-②得, $6(x - y) = 6$, 即 $x - y = 1$ ④,

③+④得, $2x = 4$, $x = 2$,

把 $x = 2$ 代入④得, $y = 1$,

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$

【标注】【知识点】巧解对称式的二元一次方程组

24. 解方程组：

$$(1) \begin{cases} 1995x + 1997y = 5989 \\ 1997x + 1995y = 5987 \end{cases}.$$

【答案】 (1) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

【解析】 (1) 由(1) + (2)得: $x + y = 3$, 由(2) - (1)得: $x - y = -1$,
 $\therefore \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

【标注】【知识点】解三元一次方程组

独步天下

例题

25. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax - my = 16 \\ bx + ny = 15 \end{cases}$ 的解 $\begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases}$, 那么关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a(2x + y) - m(x - y) = 16 \\ b(2x + y) + n(x - y) = 15 \end{cases}$ 的解是 $x = \underline{\hspace{1cm}}$, $y = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 2; 3

【解析】 将方程组的解代入可得: $\begin{cases} 7a + m = 16 \\ 7b - n = 15 \end{cases}$, 将 $\begin{cases} a(2x + y) - m(x - y) = 16 \\ b(2x + y) + n(x - y) = 15 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 7a + m = 16 \\ 7b - n = 15 \end{cases}$ 进行类比, 可以得到: $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$,
 解得: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.

【标注】【知识点】二元一次方程的解

【重点强调】

注意寻找两个方程组的关系, 将两个方程组进行类比, 得到不含参数得方程组

练习

26. 已知 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$, 则 $\begin{cases} 4a_1x + 3b_1y = 6c_1 \\ 4a_2x + 3b_2y = 6c_2 \end{cases}$ 的解为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases}$

【解析】 由题意得 $\begin{cases} \frac{2}{3}x = 2 \\ \frac{1}{2}y = 4 \end{cases}$, $\therefore \begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases}$.

【标注】【知识点】由二元一次方程的解求参数的值

四、解三元一次方程组

解三元一次方程组只需要反复消元求解.

$$\text{解方程组: } \begin{cases} 2x + 3y + z = 6 \\ x - y + 2z = -1 \\ x + 2y - z = 5 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 6 \text{ ①} \\ x - y + 2z = -1 \text{ ②} \\ x + 2y - z = 5 \text{ ③} \end{cases}$$

解: 将②变形得 _____, ④

把④代入①③, 得 _____,

整理, 得 _____,

⑤-⑥, 得 _____, 即 _____,

将 _____ 代入⑤, 得 _____,

将 _____, _____ 代入④, 得 _____,

所以原方程组的解为 _____.

【教法备注】

解三元一次方程组只需要反复消元求解.

$$\text{解方程组: } \begin{cases} 2x + 3y + z = 6 \\ x - y + 2z = -1 \\ x + 2y - z = 5 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 6 \text{ ①} \\ x - y + 2z = -1 \text{ ②} \\ x + 2y - z = 5 \text{ ③} \end{cases}$$

将②变形得 $x = y - 2z - 1$, ④

把④代入①③, 得 $\begin{cases} 2(y - 2z - 1) + 3y + z = 6 \\ y - 2z - 1 + 2y - z = 5 \end{cases}$

整理, 得 $\begin{cases} 5y - 3z = 8 \text{ ⑤} \\ 3y - 3z = 6 \text{ ⑥} \end{cases}$,

⑤-⑥, 得 $2y = 2$, 即 $y = 1$,

将 $y = 1$ 代入⑤, 得 $z = -1$,

将 $y = 1, z = -1$ 代入④, 得 $x = 2$,

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$.

例题

27. 三元一次方程组 $\begin{cases} 3x - y + z = 4 \text{ ①} \\ 2x + 3y - z = 12 \text{ ②} \\ x + y + z = 6 \text{ ③} \end{cases}$ 的解是 _____.

【答案】
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

【解析】
$$\begin{cases} 3x - y + z = 4 \text{①} \\ 2x + 3y - z = 12 \text{②} \\ x + y + z = 6 \text{③} \end{cases}$$

由①+③，得

$$4x + 2z = 10 \text{④},$$

由①×3+②，得

$$11x + 2z = 24 \text{⑤},$$

由⑤-④，解得 $x = 2$.

将其代入⑤，解得 $z = 1$,

把 $x = 2$, $z = 1$ 代入①，解得 $y = 3$.

所以原方程组的解为：
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

【标注】【知识点】解三元一次方程组

【重点强调】

2014~2015学年天津和平区初一下学期期末第17题

练习

28. 解方程组：
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 9a - 3b + c = 28 \end{cases}$$
，则方程组的解是 () .

A.
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \\ c = -1 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases}$$

【答案】 A

【解析】
$$\begin{cases} a + b + c = 0 & (1) \\ 4a + 2b + c = 3 & (2) \\ 9a - 3b + c = 28 & (3) \end{cases}$$

(2) - (1)得， $3a + b = 3$;

(3) - (2)得， $a - b = 5$;

联立，得
$$\begin{cases} 3a + b = 3 \\ a - b = 5 \end{cases}$$
 ,

解得
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$
 ,

代入(1)，得 $c = 1$.

$$\therefore \text{原方程组的解为: } \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】解三元一次方程组

29. 解方程组:
$$\begin{cases} x - y - 5z = 4 \\ 2x + y - 3z = 10 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases}.$$

【解析】
$$\begin{cases} x - y - 5z = 4 \text{ ①} \\ 2x + y - 3z = 10 \text{ ②} \\ 3x + y + z = 8 \text{ ③} \end{cases}$$

$$\text{①} + \text{②}, \text{③} - \text{②} \text{ 得: } \begin{cases} 3x - 8z = 14 \text{ ④} \\ x + 4z = -2 \text{ ⑤} \end{cases}$$

$$\text{⑤} \times 3 - \text{④} \text{ 得: } \begin{cases} x = 2 \\ z = -1 \end{cases}$$

$$\text{把 } \begin{cases} x = 2 \\ z = -1 \end{cases} \text{ 代入 ③ 得: } y = 3$$

$$\text{经检验: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases} \text{ 是原方程组的解.}$$

【标注】【知识点】解三元一次方程组